Mathematik

Funktionsgleichung linearer Funktionen:

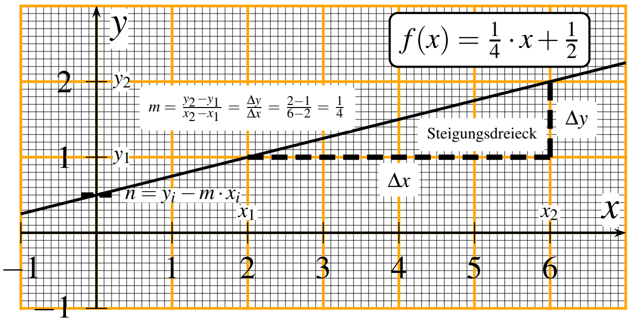
$f(x) = \underbrace{m \cdot x}_{\text{lineares Glied}} + \underbrace{n}_{\text{konstantes Glied}}$ (allgemeine Form [AF]) [bei $n = 0$: Proportionalität]

$f(x) = m \cdot (x - x_{\text{NS}})$ (faktorisierte Form [FF])

mit Nullstelle: $\text{NS} = (x_{\text{NS}}|0)$;

Mit Konstante oder '*Aufzug*': n und Steigung: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

[d.h. man geht Δx in Richtung x-Achse und Δy in Richtung y-Achse; vgl. Graph]:



Schnittpunkte:

a) Schnittpunkt mit der y-Achse $=$ y-Achsenabschnitt:

$S_{y\text{-A.}} = (0|n)$, da $f(0) = m \cdot 0 + n = n$;

b) Schnittpunkt mit der x-Achse = Nullstelle:

$S_{x\text{-A.}} = \text{NS} = (-\frac{n}{m}|0)$, da:

$f(x) = m \cdot x + n = 0 \quad | -n$

$m \cdot x = -n \quad | : m$

$x = -\frac{n}{m}$.

c) Schnittpunkte zweier Geraden:

mit $f_1 = m_1 \cdot x + n_1$ und $f_2 = m_2 \cdot x + n_2$ gilt:

$$S_{f_1, f_2} = \left(-\frac{n_2 - n_1}{m_2 - m_1} \middle| -m_1 \cdot \frac{n_2 - n_1}{m_2 - m_1} + n_1\right) = \left(-\frac{n_2 - n_1}{m_2 - m_1} \middle| -m_2 \cdot \frac{n_2 - n_1}{m_2 - m_1} + n_2\right).$$

Konstruktion einer Geraden durch 2 Punkte:

Eine Gerade bzw. lineare Funktion $f = m \cdot x + n$ wird bestimmt durch zwei Punkte.

Seien Punkte $P = (x_1|y_1)$ und $Q = (x_2|y_2)$ Teil des Graphen von $f = m \cdot x + n$ mit $P \neq Q$ (bzw. genauer: $x_1 \neq x_2 \land y_1 \neq y_2$), so gilt:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ sowie $n = y_1 - m \cdot x_1 = y_2 - m \cdot x_2$.

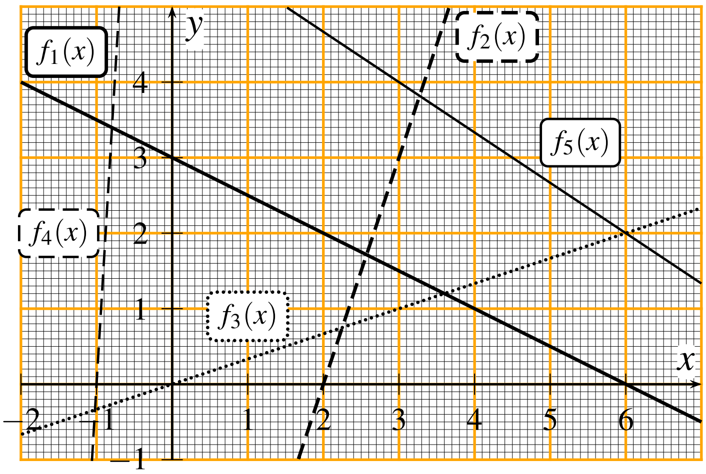
Alternativ kann man das folgende LGS lösen:

$m \cdot x_1 + n = y_1 \quad (P)$

$m \cdot x_2 + n = y_2 \quad (Q)$

Übungsaufgaben:

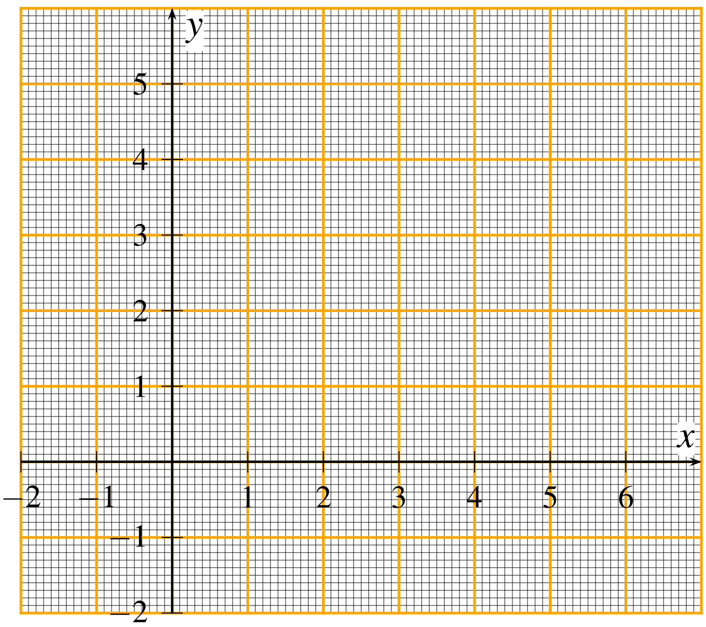
1) Bestimme die Funktionsgleichungen der im unten gezeigten Koordinatensystem sichtbaren Geraden:



2) Zeichne die zu den nachfolgend angegebenen Funktionsgleichungen gehörenden Geraden in das darunter abgebildete Koordinatensystem und berechne Nullstellen und Schnittpunkte miteinander:

a) $f_1(x) = \frac{3}{2} \cdot x + 2$; b) $f_2(x) = \frac{1}{4} \cdot x$;

c) $f_2(x) = 2 \cdot x - 3$; d) $f_2(x) = -x + 9$.



Die Menge $\mathbb{G}_f = \{(x|y) \colon y = f(x)\}$ heißt (Funktions-) Graph von f – bei linearen Funktionen 'Gerade' genannt.