

Physik

Berechnungen mit Formeln und Einheiten

1. Grundlegende Formeln der Physik:

Hier nun eine Sammlung wichtiger und zu kennender Grundformeln – aufgeteilt in die Gebiete der Experimentalphysik. Es geht hier auch um den Gleichklang und somit die Eleganz, die der Mathematik und den Naturwissenschaften innewohnt.

Mechanik & Wärme

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}; |\vec{v}| = v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \text{ (Geschwindigkeit); } |\vec{a}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ (Beschleunigung)}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \text{ (Impuls); } \vec{L} = J \cdot \vec{\omega} \text{ (Drehimpuls); } \omega = \frac{v}{r} \text{ (Winkelgeschwindigkeit)}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ (Grundgleichung der Mechanik \{m: träge Masse\})}$$

$$F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} \text{ (Gravitationskraft); } \vec{g} = \frac{\vec{F}}{M} \text{ (Gravitationsfeldstärke)}$$

$$p = \frac{F}{A} \text{ (Druck); } p \cdot V = n \cdot R \cdot T \text{ (Zustandsgleichung des idealen Gases)}$$

$$E_{\text{work}} = W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s = P \cdot t \text{ (Energie: mechanische Arbeit¹)}$$

$$E_{\text{kin.}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ (Bewegungsenergie: Translation); } E_{\text{rot.}} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 \text{ (BE Rotation)}$$

$$E_{\text{pot.}} = m \cdot g \cdot h \text{ (Lageenergie; Potential – mit } g \approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\text{)}$$

$$E_{\text{Fed.}} = D \cdot s \text{ (Federspannkraft; D: Federkonstante)}$$

$$E_{\text{therm.}} = c \cdot m \cdot \Delta T \text{ (Wärme-Energie; mit } \Delta\theta = \Delta T \text{ und spezifischer Wärmekapazität } c \text{ – Beispiele in } \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}: c_{\text{He}} = 5,23; c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,18; c_{\text{Eis}} = 2,09; c_{\text{Luft}} = 1,005; c_{\text{Al}} = 0,91; c_{\text{Pb|Au}} = 0,129)$$

$$P = \frac{W}{t} \text{ (Leistung)}$$

Elektromagnetismus & Kern-/Atom-Physik

$$R = \frac{U}{I} \left(I = \frac{U}{R} \left\{ = \frac{Q}{t} \right\}; U = I \cdot R \right) \text{ (Ohm'sches Gesetz)}$$

$$C = \frac{Q}{U} \text{ (Kondensator-Kapazität); } L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot A}{l} \text{ (Spulen-Induktivität)}$$

$$\vec{F}_{\text{el.-mag.}} = \vec{F}_{\text{el.}} + \vec{F}_{\text{mag.}} = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \text{ (Lorentz-Kraft²)}$$

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \text{ (Coulomb-Kraft); } \vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \text{ (\vec{E}: elektr. Feldstärke; } E = U/s)}$$

$$E_{\text{phot.}} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \text{ (Energie eines Photons \{Energiepaket des Lichts; } h \approx 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}\})}$$

$$E_{\text{work}} = P \cdot t = U \cdot I \cdot t \text{ (elektrische Arbeit)}$$

$$E_{\text{mag.}} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \text{ (Energie des magnetischen Feldes)}$$

$$E_{\text{el.}} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \text{ (Energie des elektrischen Feldes; Potential: } \vec{E} = \vec{E})}$$

$$E_{\text{Ruhe}} = m \cdot c^2 \text{ (Äquivalenz von Energie und Masse; QM; Bindungsenergie sorgt für Massendefekt)}$$

$$P = \frac{W}{t} = U \cdot I \text{ (elektrische Leistung); } f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t} = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \text{ (Frequenz)}$$

2. Erhaltungsgrößen (vgl. Nöther-Theorem: Symmetrie ↔ Erhaltungsgröße):

In einem abgeschlossenen System sind die Summen aller Impulse $\vec{p}_i = m_i \cdot \vec{v}_i$ (wegen Homogenität des Raumes; vgl. Kraftstoß), die Summe aller Drehimpulse $\vec{L}_i = J_i \cdot \vec{\omega}_i$ (wegen Isotropie des Raums/Rotationsinvarianz) und die Summen alle Energie-Beiträge E_i (wegen Homogenität der Zeit) konstant:

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const.}; \quad \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \text{const.}; \quad \sum_{i=1}^n E_i = \text{const.}!$$

3. SI-Einheiten der physikalischen Größen:

7 Basiseinheiten: $[s] = \text{m}$ {Meter}, $[t] = \text{s}$ {Sekunde}, $[m] = \text{kg}$ {Kilogramm}, $[I] = \text{A}$ {Ampère}, $[T] = \text{K}$ {Kelvin}, $[n] = \text{mol}$ {Mol}, $[I_V] = \text{cd}$ {Candela};
 $[\vec{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}; [\vec{a}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; [\vec{F}] = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2} =: \text{N}$ {Newton}; $[W] = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{N}\cdot\text{m} =: \text{J}$ {Joule} = $[E]$; $[P] = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^3} = \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{A}\cdot\text{V} =: \text{W}$ {Watt};
 $[Q] = \text{A}\cdot\text{s} =: \text{C}$ {Coulomb}; $[U] = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{A}\cdot\text{s}^3} =: \text{V}$ {Volta}; $[R] = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{A}^2\cdot\text{s}^3} =: \Omega$ {Ohm}; $[\vec{E}] = \frac{\text{V}}{\text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^3\cdot\text{A}}; [C] = \frac{\text{A}\cdot\text{s}}{\text{V}} =: \text{F}$ {Faraday};
 $[\vec{B}] = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2\cdot\text{A}} = \frac{\text{N}}{\text{m}\cdot\text{A}} = \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{m}^2} =: \text{T}$ {Tesla}; $[L] = \frac{\text{m}^2\cdot\text{kg}}{\text{s}^2\cdot\text{A}^2} =: \text{H}$ {Henry}; $[f] = \frac{1}{\text{s}} =: \text{Hz}$ {Hertz}; $[\vartheta] = ^\circ\text{C}$ {Celsius}; $[p] = \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} =: \text{Pa}$ {Pascal}.

4. Energieformen:

Da Energie erhalten bleibt, kann nur eine Energieform in die andere umgewandelt werden – Energie kann nicht vernichtet oder erzeugt werden. Energie zeigt sich durch Veränderung: Position, Geschwindigkeit, Temperatur, Verrichten von Arbeit, ...

Aber man kann sehr wohl die Nützlichkeit von Energien als Ranking verwenden:

1. Elektromagnetische Energie – Strom (Potential über elektrisches Feld) und Strahlungsenergie (z.B. Sonnenlicht);
2. Mechanische Energie – Bewegungs- oder Lage-Energie (Potential über gravisches Feld);
3. Innere Energie – ‘im Stoff’: thermische Energie – Wärme; chemische Energie – durch Verbindungen (z.B. Zucker), Kernenergie – weniger stabile Kerne werden durch Spaltung {‘zu groß’} oder Fusion {‘zu klein’} stabiler;
4. Dissipative Energie – ‘Dreckeffekte’: Haft-/Gleit-/Roll-Reibung, Luftwiderstand, Verformungsenergie ... dies endet zumeist in Wärme, die am wenigsten nutzbare Energieform (außer bei großem Temperaturunterschied – der sich aber automatisch schnell ausgleicht).

¹) Skalarprodukt zweier Vektoren: $\vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos(\angle(\vec{F}, \vec{s}))$ [Oberstufenmathematik: Analytische Geometrie; AnaGeo].

²) Kreuzprodukt/Vektorprodukt zweier Vektoren: $\vec{v} \times \vec{B} = |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin(\angle(\vec{v}, \vec{B})) \cdot \vec{e}_{(\perp \vec{v} \wedge \perp \vec{B})}$ [AnaGeo].

5. Vorgehen bei der Berechnung in der Experimentalphysik:

Zunächst sammeln wir die bekannten Größen und die gesuchte(n) Größe(n) sowie die zu diesen gehörenden Grundformeln.

Danach versuchen wir, aus den Formeln eine neue zu erstellen, die direkt aus den bekannten die unbekannte Größe errechenbar macht. Dies dient dazu, das Ergebnis exakter zu bekommen, da sich hier gleiche Größen kürzen und somit Rundungsfehler vermieden werden.

Im dritten Schritt wandeln wir alle Angaben, die nicht in SI-Basiseinheiten angegeben sind, in diese um, so dass wir diese problemlos einsetzen können.

Schließlich setzen wir in die Gesamtformel die bekannten Größen (nun alle in SI-Einheiten) ein und erhalten die gesuchte(n) Größe(n) ebenso in SI-Einheiten. Wesentlich ist, dass die Einheiten bei den Rechenschritten 'mitgenommen' werden müssen und auf Stimmigkeit der Formel mit den Einheiten geachtet wird. Dies ermöglicht eine Überprüfung unserer Rechnung und damit das Vermeiden von Fehlern, die dadurch leichter erkannt werden können.

War die Aufgabenstellung in anderen als den SI-Einheiten, kann man als letzten Schritt in diese wieder umrechnen und die Antwort entsprechend zur Fragestellung passend formulieren (Jahre sind z.B. vielfach passender als Sekunden – dennoch ist zumeist ein Umrechnen sinnvoll – kann aber je nach Situation neu entschieden werden).

Dieses Vorgehen **sollte** in der *Oberstufe* beherrscht werden.

6. Beispiele von entsprechenden Berechnungen:

Bemerkung: Reibungseffekte und Verluste beim Umwandeln sollen hier nicht berücksichtigt werden!

1) Übergang von **kinetischer** zur **potentiellen Energie** am Beispiel eines Lkws mit versagender Bremsanlage und Notfall-Bremspfad bei starkem Gefälle:

Ein Lkw mit 40 t Gesamtgewicht ist auf einer steil abschüssigen Straße unterwegs, die in eine kleine, verwinkelte Ortschaft führt, als die Bremsanlage versagt. Zum Glück kommt ein Hinweisschild bzgl. einer Bremsspur, auf der ein ungebremster Lkw zum Stehen kommen kann, die nach einem schweren Tanklastunglück eingerichtet wurde. Direkt bevor es auf der Bremsspur bergauf geht, hat der Lkw eine Geschwindigkeit von 90 km/h.

- Welchen Höhenunterschied muss der Lkw auf der Bremsspur erreichen, bevor er zum Stehen kommt?
- Welche maximale kinetische Energie besitzt der Lkw beim Einbiegen in die aufwärts führende Bremsspur?
- Oberstufe*: Gebe an, wie lange der Weg auf der Bremsspur bei einer Steigung von 30% wäre.

(Wie oben bemerkt: alles unter der Annahme, dass Reibungskräfte vernachlässigt werden können!)

Gehe für die folgenden Aufgaben von 13 MJ aus, wenn Du das obige Ergebnis [1b] nicht berechnen konntest.

2) Energie-Äquivalent **kinetische Energie** – **elektrische Energie**:

Wie lange kann eine 13 W LED (Helligkeit: 1521 lm – entsprechend einem 100 W Glühwendel-Leuchtmittel; ehemals Energieeffizienzklasse A+, 2023 nur noch F) mit der maximalen kinetischen Energie des Lkws betrieben werden?

3) Energie-Äquivalent **kinetische Energie** – **Wärmeenergie**:

- Wie hoch wäre die Temperatur von kühlem Wasser (15°C), wenn die maximale Bewegungsenergie des Lkws im obigen Beispiel in Wärmeenergie von einem Liter Wasser (entspricht 1 kg) umgewandelt würde?
- Was könnte man an der Aufgabenstellung umbauen, damit die Energie besser vorstellbar ist?

4) Energie-**Masse-Äquivalenz**:

- Wie groß ist die Masse, die nach der Energie-Masse-Äquivalenz der maximalen kinetischen Energie des Lkws entspricht?
- Wie viele Protonen ($m_{p^+} \approx 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg) könnten somit entstehen?



Viel Erfolg - und Spaß - Du schaffst das!

